

6 клас

1. В ящику 25 кг цвяхів. Як за допомогою шалькових терезів і однієї гири в 1 кг за два зважування відміряти 19 кг цвяхів?

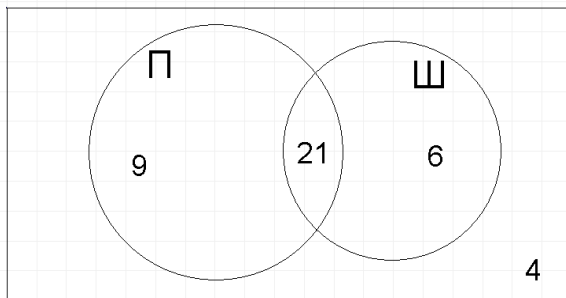
Розв'язання.

При першому зважуванні на одну із шальок терезів кладемо гирю і всі цвяхи розкладаємо по шальках так, щоб наступила рівновага. Одержимо 13 кг і 12 кг цвяхів. Першу купку відкладаємо, а другу, за допомогою терезів без гири, ділимо навпіл. Таким чином, одержали шукану вагу цвяхів: $13+6=19$.

2. У двох класах 40 учнів. З них 30 вміють плавати, 27 вміють грати в шахи і тільки четверо не вміють ані того, ані іншого. Скільки учнів вміють плавати і грати в шахи? Скільки учнів вміють тільки плавати? Скільки учнів вміють тільки грати в шахи?

Відповідь. Плавати і грати в шахи вміє 21 учень; тільки плавати вміють 9 учнів; тільки грати в шахи вміють 6 учнів.

Вказівка. За допомогою діаграм Ейлера-Венна.



Відповідь. Плавати і грати в шахи вміє 21 учень; тільки плавати вміють 9 учнів; тільки грати в шахи вміють 6 учнів.

3. У мішку знаходяться кульки трьох кольорів — чорного, білого і синього. Яку найменшу кількість кульок треба витягнути з мішка, щоб серед них гарантовано було 5 кульок одного кольору?

Відповідь: 13.

За умовою задачі у мішку знаходяться кульки трьох кольорів – чорного, білого і синього.

ІДЕЯ: один зі способів виймання кульок наступний:

спочатку вийняли 4 кульки чорного кольору, потім 4 кульки білого кольору, а потім - 4 кульки синього кольору.

Тобто існує такий спосіб виймання кульок, при якому серед 12 кульок немає 5 кульок одного кольору. Наступна навмання вийнята кулька обов'язково виявиться чорного, білого або ж синього кольору. Іншими словами, лише після виймання 13 кульки ми можемо гарантувати існування 5-ти кульок одного кольору.

Таким чином, найменша кількість кульок, яку треба витягнути з мішка, щоб серед них гарантовано було 5 кульок одного кольору, становить 13.

Відповідь: 13

4. Сім гномів зібрали 29 грибів, причому жоден не приніс порожнього кошика. Довести, що хоча б двоє з гномів зібрали однакову кількість грибів, якщо ніхто більше 7 грибів не знайшов.

Розв'язання.

Припустимо, що жоден з двох гномів не зібрав однакової кількості грибів, тоді вони могли зібрати 1,2,3,4,5,6,7 грибів, бо жоден не приніс порожнього кошика. Сума цих чисел -28, отже для того, щоб отримати 29 грибів до одного з чисел, крім 7, потрібно додати 1. В такому разі у рядку отриманих результатів буде два однакових (наприклад, 1,3,3,4,5,6,7).

Отже, хоча б двоє з гномів зібрали однакову кількість грибів.

5. Куб пофарбували з усіх боків, а потім розрізали на 1000 рівних кубиків. Скільки кубиків мають пофарбовані 3 грані? У скількох кубиках не пофарбована жодна грань?

Відповідь: 8 кубиків мають 3 пофарбовані грані; 512 нефарбованих кубиків

Розв'язання.

По три пофарбовані грані матимуть кубики, розміщені у вершинах великого куба. Таких вершин 8, отже й кубиків із трьома фарбованими гранями буде 8.

Якщо зняти фарбований шар з усіх граней кубика, отримаємо куб розмірами $8*8*8$, який матиме 512 нефарбованих кубиків.

Відповідь: 8 кубиків мають 3 пофарбовані грані; 512 нефарбованих кубиків.