

Полтавський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти ім. М.В. Остроградського

**Завдання II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
9 клас**

1. Доведіть, що при всіх натуральних значеннях n значення виразу $14 \cdot 13^n + 13 \cdot 2^{2n}$ кратне 9.
2. Робочий день зменшився з 8 до 7 год. На скільки процентів треба підвищити продуктивність праці, щоб при тих же розцінках заробітна плата збільшилася на 5%?
3. Знайдіть значення параметра a , при яких рівняння $(x^2 + (2a - 1)x - 2a)(x^2 + (1 - a)x - a) = 0$ має точно три різні корені.
4. Доведіть, що для будь-яких додатних чисел m, n виконується нерівність:
$$(m^3 + n) \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n^3} \right) \geq \frac{4m}{n}.$$
5. Квадрат гіпотенузи у 8 разів більший за квадрат висоти, опущеної з вершини прямого кута. Знайти гострі кути прямокутного трикутника.

Час виконання 4 год.